

« مهارات التفكير العليا »

الوحدة الأولى :- التكامل .

* تعطى مشتقة الاقتران $f(x)$ بالقاعدة $f'(x) = ax + b$ حيث a, b ثابتان $(-2, 8)$ هو T وقطع منحنى الاقتران (محور y عند

النقطة $(0, 8)$ حدد قاعدة هذا الاقتران :-

$$f'(x) = ax + b \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{ax^2}{2} + bx + C \end{array} \right. \text{ :- الجواب}$$

$$\begin{array}{l} x = -2 \\ f(x) = 8 \\ f'(x) = 7 \end{array}$$

$$8 = a \frac{(-2)^2}{2} + b(-2) + C$$

$$8 = 2a - 2b + C \quad \dots *$$

$$7 = a(-2) + b$$

$$7 = -2a + b \quad \dots *$$

$$\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 18 \end{array}$$

$$18 = \frac{a(0)^2}{2} + b(0) + C$$

$$18 = C$$

$$\begin{array}{r} 8 = 2a - 2b + 18 \\ -18 \quad \quad -18 \end{array}$$

$$-10 = 2a - 2b \quad \dots *$$

$$7 = -2a + b$$

+

$$7 = -2a + b$$

$$\begin{array}{r} 7 = -2a + b \\ -3 \quad \quad -3 \end{array}$$

$$4 = -2a$$

$$a = -2$$

$$-3 = 0 - b$$

$$-3 = -b$$

→

$$b = 3$$

$$f(x) = \frac{-2x^2}{2} + 3x + 18$$

* قاعدة (كبقتران) ←

* إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ هو $\left(4 - \frac{100}{x^2}\right)$ وكان الاقتران نقطة حرجية عند النقطة $(a, 10)$ حيث $a > 0$ فجد قاعدة هذا الاقتران

الإجابة 8- $f'(x) = 4 - \frac{100}{x^2} \rightarrow f(x) = 4x + \frac{100}{x} + C$

$f'(x) = 0$

$4 - \frac{100}{(a)^2} = 0$

$\frac{4}{1} \times \frac{100}{(a)^2}$

$\frac{4a^2}{4} = \frac{100}{4}$
 $\sqrt{a^2} = \sqrt{25}$
 $a = \pm 5$

$a = 5$, $a = -5$
 نأخذ $a = 5$

النقطة $(5, 10)$
 x y
 $f(x)$

$5 + 4 + \frac{100}{5} + C = 10$

$20 + 20 + C = 10$

$40 + C = 10$
 -40

$C = -30$

* اكتشف الخطأ - أوجدت رسم فاتح التكامل : $\int (2x+1)(x-1) dx$
 وكانت حلتي على النحو الآتي -

$\int (2x+1)(x-1) dx$
 $= \int (2x+1) dx \times \int (x-1) dx$ (خطأ)
 $= (x^2 + x) \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) + C$

اكتشف الخطأ في حل رسم ثم صحّحه

$\int (2x+1)(x-1) dx$

(الإجابة 8-)

$\int 2x^2 - x - 1 dx$

$\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$

* جد كل تكامل مما يأتي

$$1 \int \left(\frac{x^2+1}{x^2} \right)^2 dx$$

$$\int \left(\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)^2 \cdot dx \quad * \text{ الإجابة 8-}$$

$$\int (1 + x^{-2})^2 \cdot dx$$

$$\int (1 + x^{-2})(1 + x^{-2}) \cdot dx$$

$$\int (1 + \boxed{x^{-2} + x^{-2}} + x^{-4}) \cdot dx$$

$$\int (1 + 2x^{-2} + x^{-4}) \cdot dx$$

$$x \oplus \frac{2x^{-1}}{\ominus 1} \oplus \frac{x^{-3}}{\ominus 3} + C$$

$$\boxed{x - \frac{2}{x} - \frac{1}{3x^3} + C}$$

$$2 \int (x-1)(x-3)(x+5) dx$$

$$\int (x^2 \boxed{-3x - x} + 3)(x+5) dx \quad * \text{ الإجابة 3-}$$

$$\int (x^2 - 4x + 3)(x+5) dx$$

$$\int (x^3 + 5x^2 - 4x^2 - 20x + 3x + 15) dx$$

$$\int (x^3 + x^2 - 17x + 15) dx$$

$$\boxed{\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - \frac{17x^2}{2} + 15x + C}$$

* إذا كانت $\int \left(\frac{P}{2x^2} + Q \right) dx = \frac{2}{x} + 10x + C$ جـد قيمة كل من الثابت

P ، والثابت Q .

* الإجابة :-

$$\int \left(\frac{Px^{-2}}{2} + Q \right) \cdot dx$$

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + Qx + C$$

$$\boxed{Q = 10}$$

$$\frac{P}{-2x} + Qx + C$$

$$\frac{P}{-2x} \rightarrow \frac{2}{x}$$

$$Px = -4x$$

$$\boxed{P = -4}$$

* اكتشف الخطأ : لو جد خالد خارج التكامل : $\int_0^2 (x^2 + x) dx$

وكان حله على النحو الآتي :-

$$\begin{aligned} \int_0^2 (x^2 + x) dx &= \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^2 \\ &= \left(\frac{1}{3} (2)^3 + \frac{1}{2} (2)^2 \right) - \left(\frac{1}{3} (0)^3 + \frac{1}{2} (0)^2 \right) \\ &= -\frac{14}{3} \end{aligned}$$

الإجابة :- (لقد عكس جالعد $\boxed{2}$ ثم $\boxed{0}$ وليس العكس)

$$n > 0 \text{ حيث } \int_0^1 x^n (1-x) dx = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

* أثبت أنه :-

$$\left(\frac{(1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(1)^{n+2}}{n+2} \right) - (0)$$

$$\frac{(n+2)1}{(n+2)(n+1)} - \frac{1}{n+2} \frac{(n+1)}{(n+1)}$$

$$\frac{n+2 - (n+1)}{(n+1)(n+2)}$$

$$\boxed{\frac{1}{(n+1)(n+2)}} \quad \#$$

نحو
مقام

$$\int_0^1 x^n (1-x) dx$$

الإجابة :-

$$\int_0^1 (x^n - x^{n+1}) \cdot dx$$

$$\left[\frac{x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{n+2}}{n+2} \right]_0^1$$

(4)

* إذا كان $\int_1^5 (2ax + 7) dx = 4a^2$ ، جـد قيمة الثابت a

$$\left[\frac{2ax^2}{2} + 7x \right]_1^5 = 4a^2 \quad \text{الإجابة}$$

$$(25a + 35) - (a + 7) = 4a^2$$

$$25a + 35 - a - 7 = 4a^2$$

$$\boxed{24a + 28} = 4a^2$$

$$\frac{4a^2}{4} - \frac{24a}{4} - \frac{28}{4} = 0$$

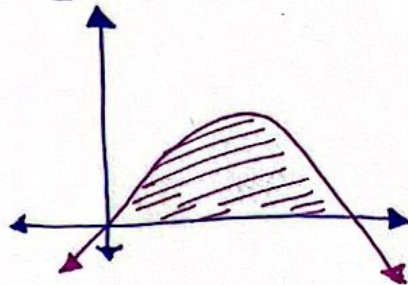
$$a^2 - 6a - 7 = 0$$

$$(a - 7)(a + 1) = 0$$

$$\boxed{a = 7}$$

$$\boxed{a = -1}$$

* يبين الشكل المجاور منحنى الأقران $y = kx(4-x)$ ، إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الأقران والمحور x هي 32 وحدة مربعة ، جـد قيمة الثابت k



$$y = kx(4-x)$$

$$kx(4-x) = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$\boxed{x = 4}$$

$$A = \int_0^4 kx(4-x) \cdot dx$$

$$\int_0^4 (4kx - kx^2) \cdot dx$$

$$\left[\frac{4kx^2}{2} - \frac{kx^3}{3} \right]_0^4$$

$$\left(\frac{32k}{3} - \frac{64k}{3} \right) - (0) = 32$$

$$\frac{96k}{3} - \frac{64k}{3} = 32 \quad \Rightarrow \quad \frac{32k}{3} = 32 \quad \Rightarrow \quad k = 3$$

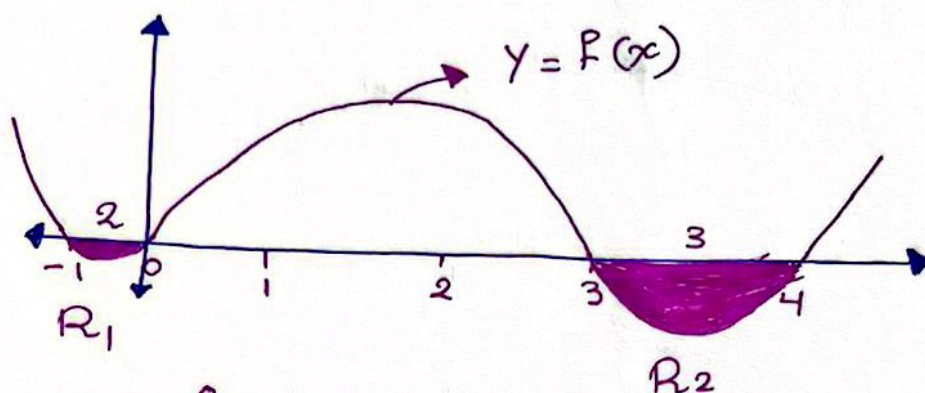
(5)

$$\boxed{k = 3}$$

* يبين الشكل التالي منحنى الأقران $f(x)$ ، إذا كانت مساحة المنطقة

R_1 هي وحدتين مربعيتين ومساحة المنطقة R_2 هي 3 وحدات مربعة

ولكن $\int_0^4 f(x) dx = 10$ نجد $\int_{-1}^3 f(x) dx$



$A =$

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = -2$$

$$\int_3^4 f(x) dx = 3$$

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx$$

$$10 = \int_0^3 f(x) dx + \cancel{-3}^{+3}$$

$$\int_0^3 f(x) dx = 13$$

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$$

$$= -2 + 13 \rightarrow \boxed{11} \text{ وحدة مربعة}$$

* اكتشف الخطأ - أوجد أحمد فاتب التكامل: $\int \frac{1}{2x} dx$ وكانت حله على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{2} \int \frac{1}{2x} dx \\ & \frac{1}{2} \ln|2x| + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{2x} dx &= \int \frac{2x \cdot 1}{2x} dx \\ &= \int \frac{2}{2x} dx \\ &= \ln|2x| + C \end{aligned}$$

اكتشف الخطأ

(6)

* جد كل تكامل مما يأتي -

$\int (x^2 + 2x + 1)^5 dx$	$\int \frac{\cos x}{3 + 2\sin x} dx$	$\int \sqrt{x} dx$
$\int ((x+1)(x+1))^5 dx$	$\frac{1}{2} \int \frac{2 \cos x}{3 + 2\sin x} dx$	$\int e^{\frac{x}{2}} dx$
$\int ((x+1)^2)^5 dx$	$\frac{1}{2} \ln 3 + 2\sin x + C$	$\frac{2}{1} e^{\frac{1}{2}x} + C$
$\int (x+1)^{10} dx$		
$\frac{(x+1)^{11}}{11} + C$		

* اكتشف المختلف - أي التكاملات الآتية مختلف مبرراً، اجابتك .

$\int \frac{1}{(x+1)^2} dx$	$\int \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$	$\boxed{\int \frac{1}{x+1} dx}$	$\boxed{\int (x-1)^3 dx}$
-----------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---------------------------

* أي التكاملات الآتية مختلف مبرراً، اجابتك .

$\int \frac{2x+3}{(x^2+3x)^2} dx$	$\int 3x^2 e^{1+x^3} dx$	$\int x \cos x^2 dx$	$\boxed{\int x(x^3+1) dx}$
-----------------------------------	--------------------------	----------------------	----------------------------

* اكتشف الخطأ - أوجزت سعاد فاتيح التكامل $\int_0^1 8x(x^2+1)^3 dx$ وكان
 حلها على النحو الآتي -
 الخطأ هو عدم تغيير حدود التكامل.

$$x=1 \rightarrow u=(1)^2+1=2$$

$$x=0 \rightarrow u=(0)^2+1=1$$

$$\int_1^2 8x \times u^3 \frac{dx}{2x}$$

$$= \int_1^2 4u^3 du = u^4 \Big|_1^2$$

$$= \boxed{15}$$

$$\int_0^1 8x(x^2+1)^3 dx = \int_0^1 8x \times u^3 \times \frac{du}{2x}$$

$$= \int_0^1 4u^3 du$$

$$= u^4 \Big|_0^1$$

$$= 1$$

اكتشف الخطأ ثم صححه

(7)

* إذا كان $\int_0^k kx^2 e^{x^3} dx = \frac{2}{3} (e^8 - 1)$ فجد قيمة الثابت k

الإجابة :-

* فرض

$$u = x^3$$

$$\frac{du}{3x^2} = dx$$

$$x=0 \rightarrow u=0$$

$$x=k \rightarrow u=k^3$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \cdot k \int_0^{k^3} kx^2 e^{x^3} dx \\ & \left[\frac{k}{3} \int_0^{k^3} e^u du = \frac{k}{3} e^u \right]_0^{k^3} \\ & \frac{k}{3} (e^{k^3} - e^0) \\ & \frac{k}{3} (e^{k^3} - 1) = \frac{2}{3} (e^8 - 1) \end{aligned}$$

$$\boxed{k=2}$$

* اكتشف الخطأ - أردت أنا حل السؤال الآتي :- "عند المقادير قطع النقطة غير منتظمة كان احتمال ظهور الصورة هو $\frac{2}{5}$ ، إذا أقيمت نقطة النقطة بصورة متكررة حتى تظهر الصورة أول مرة ، فما احتمال ظهور الصورة أول مرة عند المقادير قطع النقطة في المرة الثانية - وكان حلها

$$\begin{aligned} P(x=2) &= \frac{2}{5} \left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 \\ &= \frac{18}{125} \end{aligned}$$

اكتشف الخطأ في حل لأننا لم ندرج

$$\begin{aligned} P(x=2) &= \left(\frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{2}{5}\right)^{2-1} \\ &= \left(\frac{2}{5}\right) \left(\frac{3}{5}\right)^1 \\ &= \frac{6}{25} \end{aligned}$$

(8)

* إذا كان $x \sim \text{Geo}(p)$ وكان $P(x=1) = 0.2$ نجد التوقع

$$E(x) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$P(x=1) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$p = \frac{2}{10} = \frac{10}{5} = \boxed{5}$$

* إذا كان $x \sim \text{Geo}(p)$ وكان $P(x \leq 3) = \frac{819}{1331}$ نجد $P(x > 3)$

حبراً ما جابلك الإجابة

$$1 - P(x > 3)$$

$$1 - \frac{819}{1331} = \frac{512}{1331}$$

* تبرير: إذا $x \sim B(3, p)$ وكان $P(x \geq 1) = \frac{215}{216}$ نجد $P(x=2)$

$$n=3$$

$$r=0$$

$$p=??$$

$$P(x \geq 1) = 1 - P(x < 1) = \frac{215}{216}$$

$$= \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$P(x=2) = \binom{3}{2} \left(\frac{5}{6}\right)^2 \left(1 - \frac{5}{6}\right)^{3-2}$$

$$3 * \frac{25}{36} * \frac{1}{6} = \frac{75}{216}$$

$$1 - \left(\binom{3}{0} p^0 (1-p)^{3-0} \right) = \frac{215}{216}$$

$$1 - (1-p)^3 = \frac{215}{216}$$

$$1 - \frac{215}{216} = (1-p)^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{216}} = \sqrt[3]{(1-p)^3}$$

$$\frac{1}{6} = 1-p \rightarrow p = 1 - \frac{1}{6}$$

$$\boxed{p = \frac{5}{6}}$$

(9)

* إذا كان $X \sim B(100, p)$ وكان التباين للمتغير العشوائي X هو

24 نجد قيمة p مبرراً، اجابتي .

$$\text{الإجابة} \quad \text{Var } X = n p (1-p)$$

$$24 = 100 p (1-p)$$

$$24 = 100 p - 100 p^2$$

$$\frac{100 p^2}{4} - \frac{100 p}{4} + \frac{24}{4} = 0$$

$$25 p^2 - 25 p + 6 = 0$$

$$p^2 - 25 p + 150 = 0$$

$$(p - \frac{15}{25})(25 p - 10) = 0$$

$$(p - \frac{15}{25})(25 p - 10) = 0$$

$$p = \frac{15}{25} = \boxed{\frac{3}{5}} \quad \frac{25 p}{25} = \frac{10}{25} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

* يتألف اختبار طبحت جغرافيا من 25 سؤالا، جميعها من نوع الاختيار من متعدد

وبكل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح ولكل فقرة 4 علامات

إذا أجاب راعي عن هذه الأسئلة جميعها بصورة عشوائية فما احتمال

أن يحصل على علامة 76 من 100 ؟

الإجابة نـ

$$n = 25$$

$$r = \frac{76}{4} = 19$$

$$p = \frac{1}{4}$$

$$\binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$\binom{25}{19} \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \left(\frac{3}{4}\right)^{25-19}$$

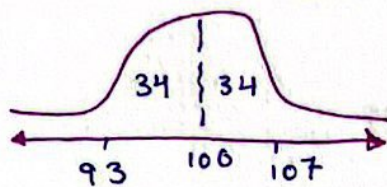
$$(177100) \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \boxed{0.0000001}$$

(...)

* اكتشف الخطأ :- قال يوسف : " ان $x \sim N(4^2, t^2)$ متغير عشوائي طبيعي ، وسطه الحسابي 4 وانحرافه (لحياري) t^2 " . اكتشف الخطأ في قول يوسف ثم صححه .

الإجابة : $a^2 = t^2 \rightarrow a = t$ $\mu = 16$ وليس (4) .

* يدل المتغير العشوائي $x \sim N(100, 6^2)$ على أحوال الأفاعي (بالسنتمتر) في أحد مجتمعاتها . إذا طالت أحوال 68% منها تراوح بين 93 cm و 107 cm ، جرد 6^2 ، جبراً ، اجابك .

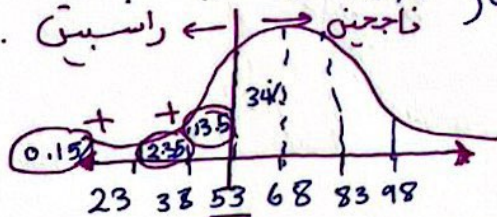


الإجابة

$$\sigma = 6$$

$$\sigma^2 = 36$$

* تتبع العلامات في أحد الاختبارات توزيعاً طبيعياً وسطه (لحسابي) 68 وانحرافه (لحياري) 15 . إذا لم ينجح في الاختبار 16% فما الجين ؟ راسبي . علامة النجاح .



$$\mu = 68$$

$$\sigma = 15$$

الإجابة -

علامة النجاح . $16\% \rightarrow 53$

* اكتشف الخطأ عبرت روان عن المتغير العشوائي الطبيعي (لحياري) على النحو الآتي $N \sim Z(1, 0^2)$. اكتشف جميع الأخطاء التي وقعت فيها روان ثم صححها .

الإجابة :- $N \sim Z(0, 1)$

* إذا كان $a > 0$ فأثبت أن: $P(-a < Z < a) = 2P(Z < a) - 1$

$$P(Z < a) - P(Z < -a) \quad \text{الإجابة}$$

$$P(Z < a) - (1 - P(Z < a))$$

$$P(Z < a) - 1 + P(Z < a)$$

$$2P(Z < a) - 1$$

* جديفة a التي تحقق الاحتمال المحدد في كل من الجانبين، مبرراً الجانبين.

$$1] P(0 < Z < a) = 0.45$$

$$P(Z < a) - P(Z < 0) = 0.45$$

$$P(Z < a) - 0.5 = 0.45$$

$$P(Z < a) = 0.95$$

$$Z = 1.64$$

$$a = 1.64$$

$$2] P(-a < Z < a) = 0.1272$$

$$P(Z < a) - P(Z < -a) = 0.1272$$

$$P(Z < a) - (1 - P(Z < a)) = 0.1272$$

$$P(Z < a) - 1 + P(Z < a) = 0.1272$$

$$2P(Z < a) - 1 = 0.1272$$

$$\frac{2P(Z < a)}{2} = \frac{1.1272}{2}$$

$$P(Z < a) = 0.5636$$

$$\boxed{0.16}$$

* إذا كان $x \sim N(\mu, 6^2)$ وكانت القيمة (المعيارية) التي تقابل $\alpha = 14$ هي $z_1 = 3.2$ والقيمة (المعيارية) التي تقابل $\alpha_2 = -6$ هي $z_2 = -1.8$ نجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير (الحسائي) x .

$$\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{z_2 - z_1} = \frac{-6 - 14}{-1.8 - 3.2}$$

$$= \frac{-20}{-5} = \boxed{4}$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-1.8 = \frac{-6 - \mu}{4}$$

$$-7.2 = -6 - \mu \rightarrow +1.2 = +\mu$$

$$\boxed{\mu = 1.2}$$

* إذا كانت معدلات 600 طالب تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي هو 73 وانحرافه المعياري هو 8 وقررت إدارة المدرسة تكريم الطلبة (المفصلين) الحاصلين على أعلى المعدلات من بين هؤلاء الطلبة فما أقل معدل للطلبة 50 ؟

$$a - 73 = 8 * 1.38$$

$$\frac{a - 73}{8} = 1.38$$

$$a - 73 = 11.04$$

$$a = 84.04$$

Finiko

$$n = \frac{600 * P}{600} = \frac{50}{600}$$

$$n = \frac{5}{60} = 0.083$$

$$P(x \geq a) = P\left(z > \frac{a - 73}{8}\right)$$

$$0.083 = 1 - P\left(z < \frac{a - 73}{8}\right)$$

$$P\left(z < \frac{a - 73}{8}\right) = 1 - 0.083 = 0.917$$

$$\frac{a - 73}{8} = 1.38$$

منه
الجدول